




МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

«СОГЛАСОВАНО»

Руководитель образовательной программы


И.Л. Артемьева
28.08 2015 г.

«УТВЕРЖДАЮ»
Заведующая кафедрой прикладной математики, механики,
управления и программного обеспечения



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ (РПУД)

Алгебра и теория чисел

Направление подготовки: 02.03.03 Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем
профиль: «Технология программирования»

Форма подготовки: очная

курс 1 семестр 1, 2
лекции 72 час.
практические занятия 54 час.
лабораторные работы _____ час.
в том числе с использованием МАО лекц. 0 / пр. 0 час.
в том числе в электронной форме лек. ____/пр. ____/лаб. ____ час.
всего часов аудиторной нагрузки 126 час.
в том числе с использованием МАО _____ час.
самостоятельная работа 126 час.
в том числе на подготовку к экзамену __72__ час.
курсовая работа / курсовой проект _____ семестр
контрольные работы 2
зачет 2 семестр
экзамен 1, 2 семестр

Рабочая программа составлена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования, утвержденного приказом Министерства образования и науки РФ от 15 марта 2015 г. № 222

Рабочая программа обсуждена на заседании кафедры Алгебры, геометрии и анализа №1 от 2 сентября 2015 г.

Заведующий кафедрой к.ф.-м.н., профессор Р.П.Шепелева
Составитель: к.ф.-м.н., доцент С.Г. Чеканов

Оборотная сторона титульного листа РПУД

I. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от « ____ » _____ 200 г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

II. Рабочая программа пересмотрена на заседании кафедры:

Протокол от « ____ » _____ 200 г. № _____

Заведующий кафедрой _____
(подпись) (И.О. Фамилия)

ABSTRACT

Bachelor's/Specialist's/Master's degree in 02.03.03 – Software and Administration of Information Systems

Study profile/ Specialization/ Master's Program “Title” Programming technology

Course title: Algebra and number theory

Basic part of Block 1, 7 credits

Instructor: Chekanov S.

At the beginning of the course a student should know algebra in secondary school

Learning outcomes: ability to apply knowledge of the mathematical bases of computer science in professional activity.

Course description: the basic concepts of set theory, numeral systems, the functions of the algebra of logic and combinatorics, the methods of calculation and estimation, linear recurrent relations, the theory of algebraic structures, number theory, coding theory.

Main course literature:

1. Kurosh A.G. Kurs vysshey algebrы [The course of higher algebra]. Saint Petersburg, Lan, 2013. 432 p.

<https://e.lanbook.com/book/30198>

2. Beklemishev D.V. Kurs analiticheskoy geometrii i lineynoy algebrы [The course of analytical geometry and linear algebra]. Moscow, FIZMATLIT, 2009. 308 p.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:670384&theme=FEFU>

3. Faddeev D.K., Sominskiy I.S. Zadachi po vysshey algebre [Problems in higher algebra]. Saint Petersburg, Lan, 2008. 288 p.

<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:281549&theme=FEFU>

Form of final control: exam (the 1st and the 2nd terms), pass-fail exam (the 2nd term).

АННОТАЦИЯ

Традиционно к алгебре и теории чисел относят такие области математического знания, как комбинаторика, теория чисел, математическая логика, теория алгебраических систем, системы линейных уравнений, линейные пространства и т.д. Алгебра и теория чисел всегда оставалась наиболее динамичной областью знаний. Сегодня наиболее значимой областью применения методов алгебры и теории чисел является область компьютерных технологий. Это объясняется необходимостью создания и эксплуатации электронных вычислительных машин, средств передачи и обработки информации, автоматизированных систем управления и проектирования. Курсы по алгебре и примыкающие к ним дисциплины изучаются во всех институтах и университетах на отделениях программирования, математики, технических направлениях, экономических и гуманитарных специальностях.

Необходимый уровень математической подготовки слушателей курса «Алгебра и теория чисел» соответствует стандартной подготовке студентов.

Предлагаемый курс «Алгебра и теория чисел» позволяет вооружить слушателей методами, широко применяемыми для решения большого круга насущных практических задач нашего времени.

Цель преподавания дисциплины – знакомство студентов с основными понятиями теории множеств, систем счисления, функций алгебры логики, комбинаторики, методов подсчета и оценивания, линейных рекуррентных соотношений, теории алгебраических структур, теория чисел, теорией кодирования.

Задачи изучения дисциплины раскрываются через изложение требуемых результатов изучения дисциплины, характеризующие знания, умения и формируемые компетенции (в соответствии с ФГОС).

В результате изучения данной дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные компетенции.

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК2 Способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	Знает	основные понятия алгебры и теории чисел
	Умеет	Выполнять формализацию и постановку прикладных задач с использованием формального аппарата алгебры
	Владеет	навыками решения задач в терминах алгебры и теории чисел

Для формирования вышеуказанных компетенций в рамках дисциплины «Алгебра и теория чисел» применяются следующие методы активного/интерактивного обучения: лекция-беседа и групповая консультация.

I. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

Модуль 1. Множества и отношения (6 часов).

Тема 1. Множества, операции над множествами (2 часа).

Начальные понятия теории множеств. Элементы и множества. Способы задания множеств. Примеры множеств. Операции над множествами (способы получения новых множеств): объединение, пересечение, отрицание, симметрическая разность, универсум, дополнение множества. Интерпретация операций над множествами кругами Эйлера (Венна). Покрытия и разбиения множества. Понятие алгебры, алгебраической операции. Алгебра подмножеств. Свойство операций (аксиомы) алгебры подмножеств. Определение кванторов всеобщности и существования.

Тема 2. Отношения и функции (2 часа).

Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа». Лекция-беседа, или диалог с аудиторией является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией.

Упорядоченная пара элементов. Прямое (декартово) произведение множеств. Упорядоченная n -ка элементов (степень множества). Определение бинарного (или двуместного) отношения, область определения и область значений отношения. Обратное отношение, композиция (произведение) отношений. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, симметричность, транзитивность, антирефлексивность, антисимметричность, трихотомия. Специальные бинарные отношения: отношение эквивалентности, отношение частичного порядка, отношение полного порядка (линейный порядок), изоморфизм частично упорядоченных множеств. Определение функции как бинарного отношения. Определение инъективной функции, сюръективной функции, биективной (взаимно однозначное отображение) функции.

Тема 3. Арифметика целых чисел (2 часа).

Основная теорема арифметики. Наибольший общий делитель и наибольшее общее кратное в кольце целых чисел. Алгоритм деления в кольце целых чисел.

Модуль 2. Линейные пространства (16 часов).

Тема 1. Системы линейных уравнений (2 часа).

Основная терминология систем линейных уравнений. Эквивалентные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем. Метод Гаусса.

Тема 2. Характеризация линейных пространств (4 часа).

Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа». Лекция-беседа, или диалог с аудиторией является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией.

Основные определения. Линейная комбинация и линейная оболочка. Линейная зависимость. Базис и размерность линейного пространства.

Тема 3. Ранг матрицы (2 часа).

Теорема о ранге матрицы. Критерий совместности систем линейных уравнений по рангу матрицы.

Тема 4. Линейные отображения и действия с матрицами (4 часа).

Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа». Лекция-беседа, или диалог с аудиторией является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией.

Матрицы и отображения. Произведение матриц. Алгебра квадратных матриц.

Тема 5. Пространство решений системы линейных уравнений (4 часа).

Однородные системы линейных уравнений. Линейные многообразия и системы линейных уравнений. Ранг произведения матриц.

Модуль 3. Определители (6 часов).

Тема 1. Построение и основные свойства определителей (2 часа).

Подстановки и их свойства. Теорема о числе четных подстановок. Основные свойства определителей.

Тема 2. Разложение определителей (4 часа).

Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Определители специальных матриц. Критерий невырожденности матриц. Вычисление ранга матриц.

Модуль 4. Множества с алгебраическими операциями (6 часов).

Тема 1. Полугруппы и моноиды. (2 часа).

Бинарные алгебраические операции. Полугруппы и моноиды. Ассоциативные операции. Обратимые элементы.

Тема 2. Группы (2 часа).

Определение и примеры. Системы образующих элементов. Циклические группы. Симметрические группы.

Тема 3. Морфизмы групп (2 часа).

Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Нормальные подгруппы и ядра гомоморфизмов. Смежные классы и теорема Лагранжа.

Модуль 5. Кольца и поля (8 часов).

Тема 1. Кольца (4 часа).

Типы колец. Сравнения и кольца классов вычетов. Гомоморфизмы и идеалы колец. Понятие факторкольца.

Тема 2. Поля (4 часа).

Характеристика поля. Алгебраические расширения полей. Представление элементов конечных полей.

Модуль 6. Поле комплексных чисел (24 часа).

Тема 1. Комплексная плоскость (4 часа).

Различные представления комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корней. Теорема единственности.

Тема 2. Кольцо многочленов (8 часов).

Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа». Лекция-беседа, или диалог с аудиторией является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией.

Многочлены от одной переменной. Многочлены от нескольких переменных. Алгоритм деления с остатком.

Тема 3. Разложение в кольце многочленов (6 часов).

Элементарные свойства делимости. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное в кольце многочленов. Неприводимые многочлены.

Тема 4. Поле отношений (6 часов).

Построение поля отношений целостного кольца. Поле рациональных дробей. Простейшие дроби.

Модуль 7. Теория чисел (8 часов)

Тема 1. Элементы теории чисел (2 часа).

Лекция проводится с использованием элементов метода активного обучения «лекция-беседа». Лекция-беседа, или диалог с аудиторией является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Она предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией.

Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, простые числа. Алгоритм – решето Эратосфена для составления таблицы простых чисел. Сравнения, свойства сравнений. Полная система вычетов. Приведенная система вычетов.

Тема 2. Функция Эйлера (2 часа).

Определение функции Эйлера. Свойства функции Эйлера для произведения двух чисел, для произведения простых чисел. Теорема Эйлера для функции Эйлера. Теорема Ферма. Теорема Вильсона. Примеры решения задач.

Тема 3. Простые числа (4 часа)

Тесты на простоту чисел. Алгоритмы разложения целых чисел в произведение простых. Использование теоретико-числовых задач в криптографии.

II. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ПРАКТИЧЕСКОЙ ЧАСТИ КУРСА

МНОЖЕСТВА И ОТНОШЕНИЯ (4 часа)

Занятие 1. Множества, операции над множествами (2 часа).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в

самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучающихся, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Начальные понятия теории множеств. Элементы и множества. Способы задания множеств. Примеры множеств. Операции над множествами (способы получения новых множеств): объединение, пересечение, отрицание, симметрическая разность, универсум, дополнение множества. Интерпретация операций над множествами кругами Эйлера (Венна). Покрытия и разбиения множества. Понятие алгебры, алгебраической операции. Алгебра подмножеств. Свойство операций (аксиомы) алгебры подмножеств. Определение кванторов всеобщности и существования.

Занятие 2. Отношения и функции (1 час).

Упорядоченная пара элементов. Прямое (декартово) произведение множеств. Упорядоченная n -ка элементов (степень множества). Определение бинарного (или двуместного) отношения, область определения и область значений отношения. Обратное отношение, композиция (произведение) отношений. Свойства бинарных отношений: рефлексивность, симметричность, транзитивность, антирефлексивность, антисимметричность, трихотомия. Специальные бинарные отношения: отношение эквивалентности, отношение частичного порядка, отношение полного порядка (линейный порядок), изоморфизм частично упорядоченных множеств. Определение функции как бинарного отношения.

Занятие 3. Арифметика целых чисел (1 час).

Основная теорема арифметики. Наибольший общий делитель и наибольшее общее кратное в кольце целых чисел. Алгоритм деления в кольце целых чисел.

ЛИНЕЙНЫЕ ПРОСТРАНСТВА И МАТРИЦЫ (14 часов)

Занятие 1. Системы линейных уравнений (2 часа).

Основная терминология систем линейных уравнений. Эквивалентные системы линейных уравнений. Элементарные преобразования систем. Метод Гаусса.

Занятие 2. Характеризация линейных пространств (2 часа).

Основные определения. Линейная комбинация и линейная оболочка. Линейная зависимость. Базис и размерность линейного пространства.

Занятие 3. Ранг матрицы (2 часа).

Теорема о ранге матрицы. Критерий совместности систем линейных уравнений по рангу матрицы.

Занятие 4. Линейные отображения и действия с матрицами (2 часа).

Матрицы и отображения. Произведение матриц. Алгебра квадратных матриц.

Занятие 5. Пространство решений системы линейных уравнений (2 часа).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «**групповая консультация**». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Однородные системы линейных уравнений. Линейные многообразия и системы линейных уравнений. Ранг произведения матриц.

Занятие 6. Построение и основные свойства определителей (2 часа).

Подстановки и их свойства. Теорема о числе четных подстановок. Основные свойства определителей.

Занятие 7. Разложение определителей (2 часа).

Миноры и их алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Определители специальных матриц. Критерий невырожденности матриц. Вычисление ранга матриц.

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ (10 ЧАСОВ)

Занятие 1. Полугруппы и моноиды. (2 часа).

Бинарные алгебраические операции. Полугруппы и моноиды. Ассоциативные операции. Обратимые элементы.

Занятие 2. Группы (2 часа).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Определение и примеры. Системы образующих элементов. Циклические группы. Симметрические группы.

Занятие 3. Морфизмы групп (2 часа).

Гомоморфизмы и изоморфизмы групп. Нормальные подгруппы и ядра гомоморфизмов. Смежные классы и теорема Лагранжа.

Занятие 4. Кольца (2 часа).

Типы колец. Сравнения и кольца классов вычетов. Гомоморфизмы и идеалы колец. Понятие факторкольца.

Занятие 5. Поля (2 часа).

Характеристика поля. Алгебраические расширения полей. Представление элементов конечных полей.

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА И МНОГОЧЛЕНЫ (20 ЧАСОВ)

Занятие 1. Комплексная плоскость (2 часа).

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Различные представления комплексных чисел. Возведение в степень и извлечение корней. Теорема единственности.

Занятие 2. Кольцо многочленов (6 часов).

Многочлены от одной переменной. Многочлены от нескольких переменных. Алгоритм деления с остатком.

Занятие 3. Разложение в кольце многочленов (6 часов).

Элементарные свойства делимости. Наибольший общий делитель и наименьшее общее кратное в кольце многочленов. Неприводимые многочлены.

Занятие 4. Поле отношений (6 часов).

Построение поля отношений целостного кольца. Поле рациональных дробей. Простейшие дроби.

ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ (6 ЧАСОВ)

Занятие 1. Элементы теории чисел (2 часа).

Наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, простые числа. Алгоритм – решето Эратосфена для составления таблицы простых чисел. Сравнения, свойства сравнений. Полная система вычетов. Приведенная система вычетов.

Занятие 2. Функция Эйлера (2 часа).

Определение функции Эйлера. Свойства функции Эйлера для произведения двух чисел, для произведения простых чисел. Теорема Эйлера для функции Эйлера. Теорема Ферма. Теорема Вильсона. Примеры решения задач.

Занятие 3. Простые числа (2 часа)

Занятие проводится с использованием метода активного обучения «групповая консультация». Групповые консультации представляют собой своеобразную форму проведения практических занятий, основным содержанием которых является разъяснение отдельных, часто наиболее сложных или практически значимых вопросов изучаемой программы. После всех практических занятий студенты получают задачи для самостоятельной внеаудиторной работы. С каждым практическим занятием повышается сложность предлагаемых задач. Групповая консультация проводится с целью оказания помощи в самостоятельной работе, в подготовке к рубежной контрольной работе. Студенты сами предлагают для решения те задачи, которые вызвали какие-то затруднения или непонимание. К доске выходят студенты, готовые разъяснить возникшие вопросы. Преподаватель только контролирует ход решения задач, комментирует в случае необходимости какие-то ситуации и обобщает рассмотренный материал. Преимущество практики-консультации перед другими формами проведения практического занятия в том, что она позволяет в большей степени приблизить содержание занятия к практическим интересам обучаемых, в какой-то степени индивидуализировать процесс обучения с учетом уровня понимания и восприятия материала каждым обучаемым.

Тесты на простоту чисел. Алгоритмы разложения целых чисел в произведение простых. Использование теоретико-числовых задач в криптографии

III. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ОБУЧАЮЩИХСЯ

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Алгебра и теория чисел» представлено в Приложении 1 и включает в себя:

план-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине, в том числе примерные нормы времени на выполнение по каждому заданию;

характеристика заданий для самостоятельной работы обучающихся и методические рекомендации по их выполнению;

требования к представлению и оформлению результатов самостоятельной работы;

критерии оценки выполнения самостоятельной работы.

IV. КОНТРОЛЬ ДОСТИЖЕНИЯ ЦЕЛЕЙ КУРСА

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Множества и отношения	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу;- УО1 Теоретические диктанты;	1 семестр Экзамен, вопросы 1-4
			Умеет владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях;- Индивидуальные домашние задания;	
2	Линейные пространства и матрицы	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу УО1; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 5-12
			Умеет владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях;- Индивидуальные	

				домашние задания;	
3	Алгебраические структуры	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу УО1;- Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 13-17
			Умеет владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях;- Индивидуальные домашние задания;	
4	Комплексные числа и многочлены	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу УО1;- Теоретические диктанты;	Экзамен 18-34
			Умеет владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях;- Индивидуальные домашние задания;	
5	Теория чисел	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу УО1;- Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 35-41
			Умеет владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях;- Индивидуальные домашние задания;	

Типовые контрольные задания и экзаменационные вопросы представлены в Приложении 2.

V. СПИСОК УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ И ИНФОРМАЦИОННО МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Основная литература

1. Курс высшей алгебры / А. Г. Курош, – Санкт-Петербург: Лань, 2013. – 432 с.
<https://e.lanbook.com/book/30198#authors>
2. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д. В. Беклемишев. – М.: Физматлит, 2009. – 308 с.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:670384&theme=FEFU>
3. Задачи по высшей алгебре: учебное пособие для вузов по математическим специальностям / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. – Санкт-Петербург, «Лань», 2008. – 288 с.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:281549&theme=FEFU>
4. Задачи по высшей алгебре: учебное пособие для вузов по математическим специальностям / Д. К. Фаддеев, И. С. Соминский. – Санкт-Петербург, «Лань», 2008. – 288 с. <https://e.lanbook.com/book/399#authors>
5. Основы теории чисел / И.М. Виноградов. – СПб.: Лань, 2006. – 176 с.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:250621&theme=FEFU>
6. Основы теории чисел / И.М. Виноградов. – СПб.: Лань, 2009. – 176 с.
<https://e.lanbook.com/book/46#authors>
7. Сборник задач по алгебре / А.И. Кострикин и др. – М.: Московский центр непрерывного математического образования. – 2009. – 408 с.
https://e.lanbook.com/book/9360#book_name

Дополнительная литература

1. Введение в алгебру / А.И. Кострикин А.И. – М.: Физматлит, 2004. – 271 с.
<http://lib.dvfu.ru:8080/lib/item?id=chamo:293729&theme=FEFU>
2. В. С. Шипачев. Высшая математика. –М.: Высш. школа. 1996.-479 с.
3. Шафаревич, И. Р. Линейная алгебра и геометрия [Электронный ресурс] / И. Р. Шафаревич, А. О. Ремизов. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 512 с.
<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=544772>
4. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=438021>
5. Линейная алгебра: Учебное пособие / Б.М. Рудык. - М.: НИЦ Инфра-М, 2013. - 318 с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=363158>

6. Линейная алгебра: Учебное пособие / Б.М. Рудык. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 318 с. <http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=460611>
7. Линейная алгебра и геометрия: учебное пособие / А. И. Кострикин, Ю. И. Манин. Санкт-Петербург: Лань, 2008. – 303 С.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:281458&theme=FEFU>
8. Введение в алгебру: учебник для вузов ч. 1 . Основы алгебры / А. И. Кострикин. М.: Физматлит, 2004. 271 с.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:293729&theme=FEFU>
9. Введение в алгебру: учебник для университетов ч. 2 . Линейная алгебра / А. И. Кострикин. М.: Физматлит, 2004. 367 С.
<https://lib.dvfu.ru:8443/lib/item?id=chamo:235232&theme=FEFU>
10. Введение в алгебру. Ч. 3 . Основные структуры / А. И. Кострикин. М.: Физматлит, 2001. 272 С. <https://e.lanbook.com/book/59284#authors>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»

1. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785788216362.html> Алгебра и теория чисел [Электронный ресурс]: учебное пособие / Л.В. Веселова, О.Е. Тихонов. - Казань: Издательство КНИТУ, 2014.
2. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922109796.html> Курс аналитической геометрии и линейной алгебры [Электронный ресурс]: Учеб. для вузов. / Беклемишев Д. В. - 12-е изд., испр. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009.
3. <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922111393.html> Линейная алгебра и геометрия. [Электронный ресурс] / Шафаревич И.Р., Ремизов А.О. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009.
4. <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm> Учебники и другие книги по математике (EqWorld). [Электронный ресурс].
5. <http://nashol.com/knigi-po-matematike/> Книги по математике
6. <http://www.alleng.ru/edu/math9.htm> Образовательные ресурсы Интернета. Математика

VI. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

На изучение дисциплины отводится 126 часов аудиторных занятий. На лекциях преподаватель объясняет теоретический материал. Вводит основные понятия, определения, свойства. Формулирует и доказывает теоремы. Приводит примеры. Необходимо поддерживать непрерывный контакт с аудиторией, отвечать на возникающие у студентов вопросы. На практических занятиях преподаватель разбирает примеры по пройденной теме. Во второй части занятия студентам предлагается работать самостоятельно, выполняя задания по теме. Преподаватель контролирует работу студентов, отвечает на

возникающие вопросы, подсказывает ход и метод решения. Если знаний полученных в аудитории оказалось недостаточно, студент может самостоятельно повторно прочитать лекцию. После выполнения задания, студент отправляет его на проверку преподавателю. Работа должна быть отослана в формате PDF одним документом. По данному курсу разработаны методические указания.

По данному курсу разработаны методические указания:

1. Чеканов С.Г., Степанова А.А. Строение конечных полей. Учебно-методическое пособие. Изд. ДВФУ. Владивосток, 2013, 30 с..

VII МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Учебные аудитории кампуса ДВФУ.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

**УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ
ОБУЧАЮЩИХСЯ**

по дисциплине «Алгебра и теория чисел»

**Направление подготовки: 02.03.03 Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем
профиль: «Технология программирования»**

Форма подготовки очная

**Владивосток
2015**

План-график выполнения самостоятельной работы по дисциплине

№ п/п	Дата/сроки выполнения	Вид самостоятельной работы	Примерные нормы времени на выполнение
1. «Множества и отношения»	1.09 - 28.09	индивидуальное домашнее задание	1 неделя
2 «Линейные пространства и матрицы»	28.09 - 28.10	индивидуальное домашнее задание	1 неделя
3. «Определители»	28.10 - 28.11	индивидуальное домашнее задание	1 неделя
4. «Алгебраические структуры»	8.02 - 28.02	индивидуальное домашнее задание	1 неделя
5. «Кольца и поля»	28.02 - 28.03	индивидуальное домашнее задание	1 неделя
6. «Комплексные числа и многочлены»	28.03 - 28.04	индивидуальное домашнее задание	1 неделя
7. «Теория чисел»	28.04 - 28.05	индивидуальное домашнее задание	1 неделя

Материалы для самостоятельной работы студентов подготовлены в виде индивидуальных домашних заданий по каждой теме (образцы типовых ИДЗ представлены в разделе «Материалы для самостоятельной работы студентов»). Работа должна быть отправлена преподавателю. Оформление в формате PDF. Критерии оценки: студент получает максимальный балл, если работа выполнена без ошибок и оформлена в соответствии с требованиями преподавателя.

Рекомендации по работе с литературой

Для более эффективного освоения и усвоения материала рекомендуется ознакомиться с теоретическим материалом по той или иной теме до проведения лабораторного занятия. Всю учебную литературу желательно изучать «под конспект».

Цель написания конспекта по дисциплине – сформировать навыки по поиску, отбору, анализу и формулированию учебного материала.

Работу с теоретическим материалом по теме можно проводить по следующей схеме:

- название темы;

- цели и задачи изучения темы;
- основные вопросы темы;
- характеристика основных понятий и определений, необходимых для усвоения данной темы;
- краткие выводы, ориентирующие на определенную совокупность сведений, основных идей, ключевых положений, систему доказательств, которые необходимо усвоить.

При работе над конспектом обязательно выявляются и отмечаются трудные для самостоятельного изучения вопросы, с которыми уместно обратиться к преподавателю при посещении консультаций, либо в индивидуальном порядке.



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Дальневосточный федеральный университет»
(ДФУ)

ШКОЛА ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ
по дисциплине «Алгебра и теория чисел»
Направление подготовки: 02.03.03 Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем
профиль: «Технология программирования»
Форма подготовки очная

Владивосток
2015

Паспорт ФОС

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции	
ОПК2 Способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	Знает	основные понятия алгебры и теории чисел
	Умеет	Выполнять формализацию и постановку прикладных задач с использованием формального аппарата алгебры
	Владеет	навыками решения задач в терминах алгебры и теории чисел

№ п/п	Контролируемые разделы / темы дисциплины	Коды и этапы формирования компетенций		Оценочные средства	
				текущий контроль	промежуточная аттестация
1	Множества и отношения	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу;- УО1 Теоретические диктанты;	1 семестр Экзамен, вопросы 1-4
			Умеет владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях;- Индивидуальные домашние задания;	
2	Линейные пространства и матрицы	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу УО1; - Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 5-12
			Умеет владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях;- Индивидуальные домашние задания;	

3	Алгебраические структуры	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу УО1;- Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 13-17
			Умеет владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях;- Индивидуальные домашние задания;	
4	Комплексные числа и многочлены	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу УО1;- Теоретические диктанты;	Экзамен 18-34
			Умеет владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях;- Индивидуальные домашние задания;	
5	Теория чисел	ОПК2	Знает	- Устный или письменный опрос студентов во время лекции по изучаемому материалу УО1;- Теоретические диктанты;	Экзамен, вопросы 35-41
			Умеет владеет	- Решение задач по изучаемой теме на практических занятиях;- Индивидуальные домашние задания;	

Шкала оценивания уровня сформированности компетенций

Код и формулировка компетенции	Этапы формирования компетенции		критерии	показатели
ОПК2 Способность применять в профессиональной деятельности знания математических основ информатики	знает (пороговый уровень)	основные понятия алгебры и теории чисел	Знание теоретического материала по дисциплине	Способность отвечать на вопросы по теории
	умеет (продвинутый)	Выполнять формализацию и постановку прикладных задач с использованием формального аппарата алгебры	Умение выбирать требуемые формулы при выполнении практических заданий	Наличие выполненных практических заданий, способность обосновать выбор формул
	владеет (высокий)	навыками решения задач в терминах алгебры и теории чисел	Владение методами решения задач	Наличие выполненных заданий, способность дать пояснения процесса решения

Методические рекомендации, определяющие процедуры оценивания результатов освоения дисциплины

Текущая аттестация студентов. Текущая аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

Текущая аттестация проводится в форме собеседования (устного опроса) для проверки теоретических знаний, а также в форме защиты выполненных практических заданий.

Объектами оценивания выступают:

- степень усвоения теоретических знаний - оценивается в форме собеседования и контрольных работ;
- уровень овладения практическими умениями и навыками – оценивается в форме защиты задания.

Критерии оценки устного ответа

- **100-85 баллов** - если ответ показывает прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать

аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа; умение приводить примеры современных проблем изучаемой области.

– **85-76 баллов** - ответ, обнаруживающий прочные знания основных процессов изучаемой предметной области, отличается глубиной и полнотой раскрытия темы; владение терминологическим аппаратом; умение объяснять сущность, явлений, процессов, событий, делать выводы и обобщения, давать аргументированные ответы, приводить примеры; свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается одна - две неточности в ответе.

– **75-61 балл** - оценивается ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой предметной области, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы; знанием основных вопросов теории; слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры; недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа; неумение привести пример развития ситуации, провести связь с другими аспектами изучаемой области.

– **60-50 баллов** - ответ, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы; незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов; неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Допускаются серьезные ошибки в содержании ответа; незнание современной проблематики изучаемой области

Критерии оценки практических заданий

100-86 баллов выставляется, если содержание и составляющие части соответствуют выданному заданию. Продемонстрировано владение навыками выбора необходимых формул и построений выводов.

85-76 - баллов выставляется, если при выполнении задания допущено не более одной ошибки.

75-61 балл выставляется, если при выполнении задания допущено не более двух ошибок.

60-50 баллов - если структура и содержание задания не соответствуют требуемым

Шкала оценивания

Менее 60 баллов	незачтено	неудовлетворительно
От 61 до 75 баллов	зачтено	удовлетворительно
От 76 до 85 баллов	зачтено	хорошо
От 86 до 100 баллов	зачтено	отлично

Промежуточная аттестация студентов. Промежуточная аттестация студентов проводится в соответствии с локальными нормативными актами ДВФУ и является обязательной.

По дисциплине предусмотрен экзамен (в первом и втором семестрах) и зачет (во втором семестре).

Оценочные средства для промежуточной аттестации

Вопросы к экзамену в первом семестре

1. Операции над множествами.
2. Отображения и отношения на множествах.
3. НОД и НОК на множестве целых чисел.
4. Теорема о факторизации целых чисел.
5. Системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
6. Алгоритм Евклида в кольце целых чисел.
7. Линейная зависимость и линейная оболочка.
8. Теорема о размерности линейного пространства.
9. Ранг матрицы.
10. Критерий совместности системы линейных уравнений.
11. Теорема о размерности суммы подпространств.
12. Линейные многообразия и общее решение системы линейных уравнений.
13. Основные свойства определителей.
14. Теорема Лапласа для определителей.
15. Алгебра матриц.
16. Критерий обратимости матриц.
17. Теорема о произведении определителей.

Вопросы к экзамену во втором семестре

1. Поле комплексных чисел. Извлечение корней.
2. Кольцо многочленов от одной переменной.
3. Разложение в кольце многочленов. Неприводимые многочлены.
4. Корни многочленов и линейные множители.

5. Алгоритм деления с остатком в кольце многочленов.
6. Теорема о каноническом виде квадратичной формы.
7. Закон инерции квадратичных форм.
8. Положительно определенные квадратичные формы.
9. Линейные операторы и их представление матрицами.
10. Инвариантные подпространства и собственные векторы линейных операторов.
11. Теорема Кели для линейных операторов.
12. Полугруппы и моноиды.
13. Подстановки и симметрические группы.
14. Определение группы, подгруппы. Смежные левые (правые) классы. Теорема Лагранжа.
15. Циклические группы, теоремы о циклических группах.
16. Нормальный делитель, факторгруппа.
17. Гомоморфизм групп. Доказать, что ядро и образ гомоморфизма являются подгруппами.
18. Элементы теории чисел. Сравнения, свойства сравнений. Приведенная система вычетов.
19. Функция Эйлера. Свойства функции Эйлера. Теорема Эйлера.
20. Теорема Ферма. Теорема Вильсона.
21. Теорема о характеристике поля.
22. Гомоморфизмы алгебраических систем.
23. Идеалы и факторкольца.
24. Криптографические примитивы на основе теоретико-числовых задач

Темы заданий к зачету во втором семестре

1. Поле комплексных чисел. Извлечение корней.
2. Кольцо многочленов от одной переменной.
3. Разложение в кольце многочленов. Неприводимые многочлены.
4. Корни многочленов и линейные множители.
5. Алгоритм деления с остатком в кольце многочленов.
6. Теорема о каноническом виде квадратичной формы.
7. Закон инерции квадратичных форм.
8. Положительно определенные квадратичные формы.
9. Линейные операторы и их представление матрицами.
10. Инвариантные подпространства и собственные векторы линейных операторов.
11. Теорема Кели для линейных операторов.
12. Полугруппы и моноиды.
13. Подстановки и симметрические группы.
14. Определение группы, подгруппы. Смежные левые (правые) классы. Теорема Лагранжа.

15. Циклические группы, теоремы о циклических группах.
16. Нормальный делитель, факторгруппа.
17. Гомоморфизм групп. Доказать, что ядро и образ гомоморфизма являются подгруппами.
18. Элементы теории чисел. Сравнения, свойства сравнений. Приведенная система вычетов.
19. Функция Эйлера. Свойства функции Эйлера. Теорема Эйлера.
20. Теорема Ферма. Теорема Вильсона.
21. Теорема о характеристике поля.
22. Гомоморфизмы алгебраических систем.
23. Идеалы и факторкольца.
24. Криптографические примитивы на основе теоретико-числовых задач

Пример экзаменационного билета:

Вопрос 1. Операции над множествами.

Вопрос 2. Критерий совместности системы линейных уравнений

Задача: Найдите наибольший общий делитель двух многочленов и его линейное представление:

$$x^5 + 3x^4 + x^3 - 5x^2 - 6x - 2 \text{ и } x^5 + 2x^4 - 3x^2 - 4x - 2.$$

Оценочные средства для текущей аттестации

Примеры контрольных работ

Тема: Матрицы и определители

Вариант 1

1. Вычислить определитель:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 2 & 5 \\ 1 & 0 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

2. Найти обратную матрицу A^{-1} , если

3. Найти значение выражения $3BA + CB$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ -3 & -4 & -3 & 7 \end{pmatrix}$$

4. Найти ранг матрицы

Тема: Многочлены

1 вариант

1. Разложите многочлен $8x^4 + 8x^3 - 27x - 27$ на множители.
2. Найдите наибольший общий делитель двух многочленов и его линейное представление:
 $x^5 + 3x^4 + x^3 - 5x^2 - 6x - 2$ и $x^5 + 2x^4 - 3x^2 - 4x - 2$.
3. Отделите кратные множители:
 $x^7 + 6x^6 - 5x^5 - 80x^4 - 185x^3 - 194x^2 - 99x - 20$.
4. Решите уравнение 3 степени: $x^3 + 3x^2 - 3x + 4 = 0$.
5. Решите уравнение 4 степени: $x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 4x - 8 = 0$.
6. Для многочлена $3x^5 + 2x^4 + x^3 - 10x - 8$ определите кратность корня $s = -1$.
7. Разложите многочлен $x^4 - 8x^3 + 24x^2 - 50x + 22$ по степеням $x - 2$.
8. Найдите многочлен наименьшей степени с вещественными коэффициентами, имеющий тройной корень i , простые корни 2 и 3.

9. Найдите коэффициент a так, чтобы многочлен $x^5 - ax^2 - ax + 1$ имел -1 корнем не ниже второй кратности.
10. Запишите в лексикографическом виде:
 $2x^2y - 3x^2y^2 + y^5 + 4x^3y^2 + 7xy - 2x + 3.$
11. Выразите через элементарные симметрические многочлены:
 $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3 - 3x_1x_2x_3.$
12. Представьте в виде суммы простейших дробей над полем действительных чисел: $\frac{2x^4 + 3}{x^3(x^2 - 1)}.$

Тема: Комплексные числа

Вариант 1.

1. Вычислите: $\frac{23 + i + i^{37}}{3 - i + i^{122}}.$
2. Вычислите, используя тригонометрическую форму записи комплексного числа:
3. а) $\left(\frac{1 - i\sqrt{3}}{1 + i}\right)^{13}$; б) $\sqrt[4]{4}.$
4. Изобразите на плоскости множество всех точек, для которых

$$\begin{cases} 1 \leq |2i - z| < 3; \\ \arg z = \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$
5. Выразите $\cos^3 \varphi$ через тригонометрические функции кратных углов.
6. Найдите сумму:
7. $\cos \frac{2\pi}{n} + 2 \cdot \cos \frac{4\pi}{n} + \dots + (n-1) \cdot \cos \frac{2(n-1)\pi}{n}.$

Тема: Линейные пространства

Вариант 1

1. Найти общее решение системы линейных уравнений и фундаментальную систему решений

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 8x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0, \\ x_1 + 11x_2 - 12x_3 + 34x_4 - 5x_5 = 0. \end{cases}$$

2. Найти базис и размерность линейного пространства L_1 , порожденного векторами a_1, a_2, a_3 , базис и размерность линейного пространства L_2 ,

порожденного векторами b_1, b_2, b_3 , а также базис и размерность линейных пространств $L_1 + L_2$ и $L_1 \cap L_2$:

$$\begin{aligned} a_1 &= (2, 2, 0, 2), \quad a_2 = (0, 6, -2, 2), \\ a_3 &= (-8, 4, -4, -4); \\ b_1 &= (4, 2, -4, 0), \quad b_2 = (17, 3, -20, 2), \\ b_3 &= (8, 0, -11, 2). \end{aligned}$$

3. Найти координаты вектора x в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , если он задан в базисе (e_1, e_2, e_3) .

$$\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 2e_3, \\ e'_2 = 2e_1 - e_2, \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3, \end{cases}$$

$$x = \{6, -1, 3\}.$$

Примеры индивидуальных домашних заданий

Тема: Теория множеств

- Существуют ли такие множества A, B, C , что $A \cap B = \emptyset, A \cap C = \emptyset, (A \cap B) \setminus C = \emptyset$?
- Доказать тождества:
 - $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = (A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A$.
 - $(A \setminus B) \setminus C = (A \setminus C) \setminus (B \setminus C)$.
 - $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$.
- Какие из утверждений верны для A, B, C
 - если $A \cap B \subseteq C$ и $A \cup B \subseteq C$, то $A \cap C = \emptyset$.
 - если $A \subseteq \overline{B \cup \overline{C}} \subseteq \overline{A \cup \overline{C}}$, то $B \subseteq \emptyset$.
- Доказать, что для произвольных множеств A, B, C, D :
 - $A \times B \setminus C = (A \times B) \setminus (A \times C)$.
 - $A \setminus B \times C = (A \times C) \setminus (B \times C)$.

Тема: Линейные пространства

1. Решить систему

$$\text{а) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 1, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_3 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 3; \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 3x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 2, \\ 5x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 4. \end{cases}$$

2. Найдите общее решение неоднородной системы линейных уравнений $AX = B$, заданной матрицей коэффициентов A и столбцом свободных членов B .

$$3. \text{ а) } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 & -1 \\ 2 & -1 & -3 & 4 \\ 5 & 1 & -1 & 7 \\ 7 & 7 & 9 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 6 \\ 14 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix};$$

$$\text{в) } A = (0 \ 0 \ 0 \ 1), B = (10); \quad \text{г) } A = (1 \ 1 \ 1 \ 1), B = (1).$$

4. Докажите, что для совместимости системы $AX = B$ необходимо и достаточно, чтобы столбец B принадлежал линейной оболочке столбцов матрицы A .

Тема: Группы

Пусть A, B, C подгруппы конечной группы G . Докажите, что

- 1) если $B \leq A$, то $|A : B| \geq |C \cap A : C \cap B|$;
- 2) $|G : A \cap B| \leq |G : A| |G : B|$;
- 3) $A \cup B$ является подгруппой G , если и только если $A \subseteq B$ или $B \subseteq A$;
- 4) если $G = AA^g$ для некоторого $g \in G$, тогда $G = A$.
- 5) группа G имеет четный порядок, если и только если число инволюций (элементов второго порядка) нечетно;
- 6) если каждый элемент группы имеет порядок два, то группа абелева;
- 7) если группа содержит точно одну максимальную подгруппу, то она циклическая;
- 8) если $A \neq 1$ и $A \cap A^g = 1$ для всякого $g \in G \setminus A$, то $\left| \bigcup_{g \in G} A^g \right| \geq \frac{|G|}{2} + 1$;
- 9) если $A \neq G$, то $\bigcup_{g \in G} A^g \neq G$;
- 10) если $A^G = \{A_1, A_2, \dots, A_n\}$, то $\langle A_1, A_2, \dots, A_n \rangle = A_1 A_2 \dots A_n$.