The page features a decorative design with several overlapping blue circles of varying shades (dark blue, medium blue, light blue) and thin blue lines that intersect to form a network-like pattern. One large circle is in the top left, another is partially visible on the right edge, and a third is in the bottom right corner.

Закон излучения Стефана-Больцмана

Учебно-методическое пособие к
лабораторной работе по дисциплине
«Физический практикум»

Учебно-методическое пособие к
лабораторной работе по дисциплине
«Физический практикум»

2013

Министерство образования и науки Российской Федерации
Дальневосточный федеральный университет
Школа естественных наук

Закон излучения Стефана-Больцмана

Учебно-методическое пособие
к лабораторной работе
по дисциплине «Физический практикум»

Владивосток
Дальневосточный федеральный университет

УДК 539.184
ББК 22.3
И83

Составитель:
Куартон Л.А.

Закон излучения Стефана-Больцмана. Учебно-методическое пособие к лабораторной работе по дисциплине «Физический практикум»/ Дальневосточный федеральный университет, Школа естественных наук [сост. Л.А.Куартон]. – Владивосток: Дальневост. федерал. ун-т, 2013. – 16 с.

Пособие к лабораторной работе «Закон излучения Стефана-Больцмана», подготовленное на кафедре теоретической и экспериментальной физики Школы естественных наук ДВФУ, включает краткое изложение теории, описание экспериментальной установки с обоснованием методики наблюдения спектра, подробные инструкции к выполнению экспериментальных заданий и обработки результатов, вопросы для самопроверки, список литературы. Лабораторная работа является частью физического практикума по курсу «Атомная физика» и предназначено для студентов бакалавриата ШЕН ДВФУ.

УДК 539.184
ББК 22.3
И83

Закон излучения Стефана-Больцмана

Ключевые понятия

Излучение абсолютно чёрного тела, лучеиспускательная способность, поглощательная способность, интегральная светимость, серое тело, реальный тепловой излучатель, термоэлектрическая эдс, температурная зависимость сопротивления.

Содержание работы

В соответствии с законом Стефана-Больцмана, энергия, излучаемая чёрным телом с единицы поверхности в единицу времени пропорциональна четвёртой степени абсолютной температуры этого тела. Закон Стефана-Больцмана может быть модифицирован для реального тела, у которого коэффициент поглощения оказывается меньше единицы и является функцией температуры. В нашем эксперименте реальный тепловой излучатель представлен нитью лампы накаливания. Измеряется зависимость излучаемой энергии от температуры.

Краткая теория

Тела, нагретые до высокой температуры, приобретают способность светиться, излучая при этом энергию в виде электромагнитных волн. Если излучающее тело находится в состоянии термодинамического равновесия, то его излучение называется тепловым или температурным. Всякое излучение сопровождается потерей энергии и происходит либо за счет внутренней энергии тела, либо за счет энергии, получаемой извне.

Кроме большого практического значения, явление теплового излучения интересно тем, что при его излучении впервые обнаружили слабые места классической физики, и потребовалось введение гипотезы квантов, положившей начало квантовой теории света.

Чтобы характеризовать распределение энергии теплового излучения по длинам волн, вводят **спектральную плотность энергетической светимости** r_λ , (или *лучеиспускательную способность*),

$$r_{\lambda} = \frac{dL}{d\lambda}, \quad (1)$$

где dL – энергия электромагнитного излучения, испускаемого за единицу времени с единицы площади поверхности нагретого тела в бесконечно малом интервале длин волн от λ до $(\lambda + d\lambda)$.

Каждое тело (и холодное, и нагретое) поглощает энергию. Спектральной **поглощательной способностью** (коэффициентом черноты) тела a называют отношение поглощённого телом светового потока $d\Phi'$ ко всему падающему на тело потоку $d\Phi$ в интервале длин волн от λ до $(\lambda + d\lambda)$:

$$a_{\lambda} = \frac{d\Phi'}{d\Phi} \quad (2)$$

Если поглощённый поток равен падающему на тело потоку для всех длин волн, то **тело называют абсолютно черным**. Абсолютно чёрные тела хорошо излучают энергию и могут выглядеть очень яркими. К примеру, Солнце является достаточно хорошим примером чёрного тела (правда только в оптическом диапазоне). **Серые тела** имеют одинаковый коэффициент поглощения для всех длин волн: $a = \text{const}$, значение которого меньше единицы.

Опыт показывает: чем больше поглощательная способность тела, тем лучше оно излучает, будучи нагретым. Количественное соотношение между r и a даёт закон излучения Кирхгофа: отношение лучеиспускательной способности тела к его поглощательной способности не зависит от материала и состояния поверхности тела и является универсальной функцией длины волны и температуры:

$$\left(\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}}\right)_1 = \left(\frac{r_{\lambda,T}}{a_{\lambda,T}}\right)_2 = \dots = r_{\lambda,T}^{\text{а.ч.т.}} \quad (3)$$

Отсюда следует, что максимальной энергетической светимостью и, следовательно, максимальной яркостью при данной температуре обладает абсолютно чёрное тело. Ясно, что для определённой длины волны

лучеиспускательная способность абсолютно чёрного тела превосходит r любого серого тела (рис. 1).

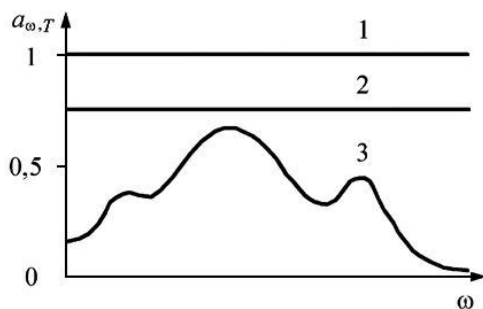


Рисунок 1. Поглощательная способность для: 1 - абсолютно черного тела; 2 – идеального серого тела; 3 - реального тела

Значения r неодинаковы для различных длин волн и для разных температур. Характер зависимости лучеиспускательной способности абсолютно чёрного тела от длины волны и температуры представлен графиками на рис. 2. Основная энергия, как видно из графиков, излучается в довольно узком интервале длин волн, от положения которого на оси зависит цвет нагретого тела. **Макс Планк**, исходя из предположения о квантовой природе излучения, нашёл для функции Кирхгофа следующее выражение:

$$r_{\lambda,T} = \frac{2\pi hc^2}{\lambda^5} \frac{1}{\exp\left(\frac{hc}{\lambda kT}\right) - 1} \quad (4)$$

или

$$r_{\nu,T} = \frac{2\pi h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1},$$

где h – постоянная Планка, c – скорость света, k – постоянная Больцмана.

Объёмная спектральная плотность $u_{\lambda,T}$ энергии излучения связана с испускательной способностью $r_{\lambda,T}$ соотношением

$$r_{\nu,T} = \frac{1}{4} u_{\nu,T} c,$$

поэтому, согласно Планку,

$$u_{\nu,T} = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1}. \quad (5)$$

Нетрудно убедиться, что из формулы Планка следуют и другие законы излучения абсолютно чёрного тела (закон Вина и закон Стефана-Больцмана).

Из определения (1) для r следует, что интегральная энергетическая светимость равна площади под графиком зависимости $r(\lambda)$ во всём диапазоне длин волн:

$$L = \int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda.$$

Интегрируя формулу Планка (4) по всему спектральному интервалу, получаем

закон

Стефана-Больцмана, т.е.

$$L_T = \int_0^{\infty} r_{\lambda} d\lambda = \int_0^{\infty} r_{\nu} d\nu = \frac{2\pi^5 k^4}{15c^2 h^3} \cdot T^4 = \sigma T^4. \quad (6)$$

где $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м² · К⁴) – постоянная Стефана – Больцмана.

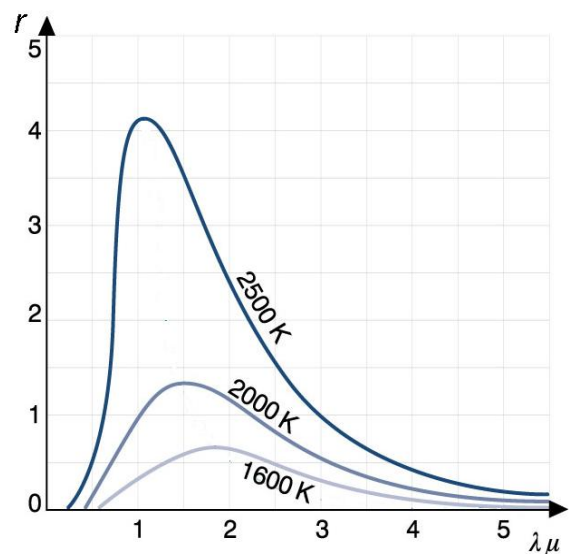


Рисунок 2. Спектральная лучеиспускательная способность абсолютно чёрного тела.

Таким образом, согласно этому закону, энергия, излучаемая за единицу времени с единицы площади поверхности *абсолютно черного тела* во всем интервале частот от 0 до ∞ , пропорциональна четвертой степени абсолютной температуры тела.

В таком виде этот закон применим только к абсолютно чёрному телу. Энергетическая светимость реальных тел меньше энергетической светимости абсолютно черного тела. По отношению к нечёрным телам закону Стефана-Больцмана можно придать более общую форму

$$L = B \cdot T^n, \quad (7)$$

где коэффициент B и показатель n должны быть определены экспериментально для каждого тела. Например, для платины вблизи $T = 1000$ К выполняется соотношение:

$$L_{Pt} = 3,56 \cdot 10^{-15} T^{4,77},$$

однако наблюдения для разных тел при разных температурах показывают, что ни коэффициент B , ни показатель n не остаются постоянными.

Установка

Элементы установки для измерения интегральной энергетической светимости спирали лампы в зависимости от температуры представлены на рис. 3.

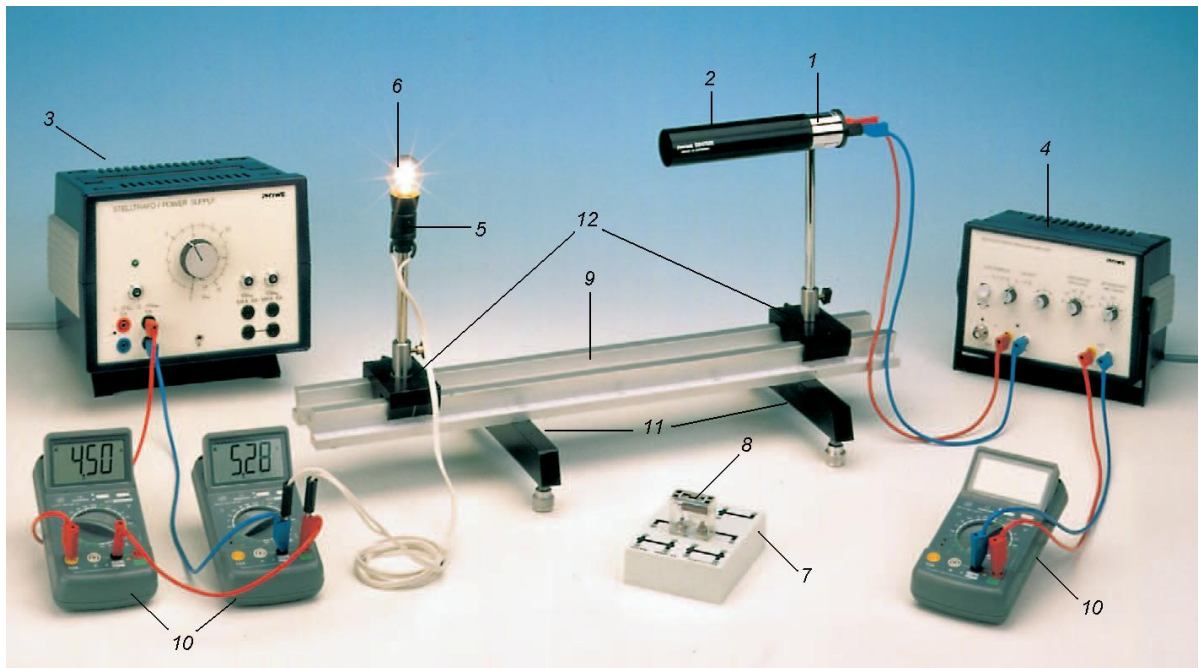


Рисунок 3. Установка:

1– термостолбик¹⁾; 2 – экранирующий тубус; 3 – источник питания; 4 – универсальный усилитель; 5 – держатель лампы на стержне; 6 – лампа с нитью накаливания 6V/5A; 7 – распределительная коробка; 8 – резистор в кожухе 100 Ω ; 9 – оптическая скамья $l = 60$ см; 10 – цифровой мультиметр; 11 – основание для оптической скамьи; 12 – подвижное соединение для скамьи $h = 30$ мм.

С помощью этого оборудования в данной работе необходимо:

- 1) измерить сопротивление нити лампы накаливания при комнатной температуре и рассчитать величину сопротивления R_0 при нуле градусов Цельсия;
- 2) измерить плотность потока энергии при разных напряжениях накала. При этом нужно регистрировать значения тока при каждом значении напряжения и рассчитать величину сопротивления для каждой пары значений. (Полагая температурную зависимость сопротивления функцией второго порядка, можно будет затем по данным о сопротивлении рассчитать температуру вольфрамовой нити).

Порядок выполнения работы

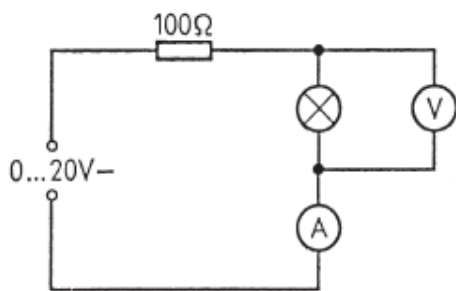


Рисунок 4. Цепь с сопротивлением 100 Ом для определения сопротивления нити при комнатной температуре.

1. Составьте короткую цепь (рис. 4) **постоянного тока** (клеммы **DC** на источнике питания **3**) для измерения сопротивления при комнатной температуре. Для обеспечения плавного изменения тока последовательно с лампой **6** (рис. 3) посредством распределительной коробки **7** в цепь включается резистор 100 Ом **8**.

2. Установите небольшие значения тока I , например, 100 мА, затем 200 мА и определите соответствующие значения

падения напряжения U на нити (по ним рассчитывается сопротивление при комнатной температуре). Эти значения тока так малы, что нагреванием проводника можно пренебречь.

3. Уберите из цепи резистор 100 Ом.

¹⁾ Термостолбик представляет собой датчик потока излучения (мощности излучения). В качестве термочувствительного элемента применяется батарея хромель-копелевых термопар.

4. Запишите определённую по термометру комнатную температуру $t_{\text{ком}}$, °С.
Рассчитайте сопротивление нити лампы $R_{\text{ком}}$ по закону Ома: $R_{\text{ком}} = \frac{U}{I}$.
5. Рассчитайте сопротивление нити накала лампы при 0°С. Все полученные результаты занесите в таблицу 1, определите среднее значение R_0 .

Таблица 1. Результаты измерений при определении R_0 .

№ изм.	I , мА	$t_{\text{ком}}$, °С	U , В	$R_{\text{ком}}$, Ом	R_0 , Ом
1					
2					

6. Установите термостолбик на расстоянии $D \sim 20 - 30$ см от лампы (для удобства отсчёта в основаниях держателей **12** имеются насечки). Запишите D .
7. Составьте цепь **переменного тока (АС)**, как на рис.3. Теперь лампа **6** питается от перестраиваемого источника переменного тока **3**, который можно измерять амперметром в диапазоне до 6 А. Вольтметр подсоединяется параллельно нити. Т.к. величина термо-эдс порядка нескольких милливольт, для повышения точности измерений необходимо использовать усилитель **4**. Коэффициент усиления должен быть 10^2 или 10^3 при работе с вольтметром, подсоединённым к усилителю в диапазоне 0 – 10 В.
8. Перед началом измерений термо-эдс необходимо провести предварительную коррекцию «нуля». Её выполняют при выключенной (холодной) лампе, можно лампу убрать с рельсы вместе с держателем. Усилитель при этом должен быть настроен в режим LOW DRIFT (10^4 Ом) с постоянной времени 1 с.
9. После возвращения лампы на её место подождите примерно одну минуту, пока термо-эдс от (**1**) стабилизируется. Необходимо принять меры, чтобы избежать вклада в показания термо-эдс посторонних излучений.
10. При настройке установки на лампу подаётся питание в 1 В переменного тока. Слегка поворачивая тубус с термостолбиком вправо и влево, найдите положение с наибольшим значением термо-эдс. Ось спиральной нити накаливания должна быть перпендикулярна оси оптической скамьи.
11. Изменяя напряжение с шагом в 1 В от 1 до 8 В, зарегистрируйте соответствующие значения силы тока (А), протекающего по спирали лампы

и термо-эдс термостолбика (мВ). Записывайте показания термо-эдс после того, как показания мультиметра стабилизируются (порядка 1 минуты). Результаты измерений занесите в таблицу 2.

Замечание: рабочее напряжение питания лампы накаливания **6 В**. Напряжение выше этого вплоть до 8 В можно подавать только *на короткое время, ограниченное несколькими минутами*. Снижайте его сразу после записи данных.

Таблица 2. Результаты основных измерений и расчётов.

U[V]	I [A]	R(t) 2)	T[K]	lnT	U _{therm} [мВ]	lnU _{therm}
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						

Обработка результатов измерений

Чтобы получить закон Стефана для реального тела, необходимо измерить излучение нити накаливания лампы при фиксированном расстоянии между нитью и термостолбиком. Поток энергии, достигающий термостолбика, пропорционален $L(T)$:

$$\Phi \sim L(T).$$

В силу пропорциональности между Φ и термо-эдс, U_{therm} термостолбика, для идеально серого тела можно записать:

$$U_{\text{therm}} \sim T^4$$

– если бы термостолбик находился при температуре 0 К. Однако, т.к. термостолбик находится при комнатной температуре T_R , он тоже излучает по тому же самому закону, так что мы должны записать:

$$U_{\text{therm}} \sim (T^4 - T_R^4)$$

В данных условиях мы можем пренебречь T_R^4 по отношению к T^4 .

²⁾ Выделенные столбцы заполняются по результатам расчётов.

Для реального тела закон Стефана – Больцмана можно записать в виде:

$$L = a\sigma T^4. \quad (8)$$

Значения величины a определяются природой тела, состоянием его поверхности и температурой, причём характер зависимости $a(T)$ может оказаться различным для разных температурных интервалов даже для одного и того же образца.

В данной работе в качестве источника теплового излучения выступает вольфрамовая спираль лампы накаливания. При достаточно высоких температурах (выше 3000 К) коэффициент черноты вольфрама довольно слабо зависит от температуры, но при $T < 2000$ К, как видно из таблицы 3, эта зависимость существенна. В этой таблице приведен ряд значений a , измеренных при разных температурах вольфрамовой нити.

Таблица 3. Зависимость поглотательной способности (коэффициента черноты) вольфрама от температуры³⁾.

Т, К	800	1000	1200	1400	1600
a	0,07	0,09	0,12	0,16	0,17

Если представить зависимость $a(T) = GT^X$ (т.е. аппроксимировать её степенной функцией с постоянной G), то интегральная светимость для данного тела с учётом (7) переписывается в следующем виде:

$$L = GT^X \cdot \sigma \cdot T^4 = \sigma GT^{X+4} = BT^n. \quad (9)$$

Логарифмирование этого соотношения даёт:

$$\ln L = \ln \sigma + \ln G + (X + 4) \cdot \ln T = \ln B + n \cdot \ln T \quad (10)$$

Коэффициент наклона прямой на графике зависимости $\ln L$ от $\ln T$ будет равен $n = (X+4)$. Показатель степени X можно определить графически, опираясь на табличные данные (табл.3), и тогда соотношение $n - X = 4$ редуцируется к стандартной форме закона Стефана-Больцмана.

³⁾ **Thermal Info – справочник теплофизика**

http://thermalinfo.ru/publ/dopolnitelno/stepen_chernoty/stepen_chernoty_razlichnykh_ves_hhestv_i_metallov/24-1-0-286

Расчёт T исходя из температурной зависимости $R(t)$ нити

Абсолютная температура $T = t + 273$ рассчитывается по измеренным значениям сопротивления $R(t)$ нити накала (t – температура по Цельсию). Для вольфрама имеет место следующая температурная зависимость:

$$R(t) = R_0 (1 + \alpha t + \beta t^2) \quad (11)$$

где R_0 – сопротивление при 0°C

$$\alpha = 4.82 \cdot 10^{-3} \text{ K}^{-1}$$

$$\beta = 6.76 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-2}$$

Сопротивление R_0 при 0°C может быть найдено из соотношения:

$$R_0 = \frac{R(t_R)}{1 + \alpha \cdot t_R + \beta \cdot t_R^2} \quad (12)$$

Решая это уравнение относительно t для разных $R(t)$ и учитывая, что $T = t + 273$, получаем:

$$T = 273 + \frac{1}{2\beta} \left[\sqrt{\alpha^2 + 4\beta \left(\frac{R(t)}{R_0} - 1 \right)} - \alpha \right] \quad (13)$$

Все значения сопротивлений рассчитываются по закону Ома.

Рекомендации по графическому определению параметров кривых средствами Excel.


Показатель n в формуле (9)

1. На основании данных таблицы 2 постройте график зависимости $\ln U_{\text{therm}}$ от

$\ln T$ («точечная диаграмма» типа: ).

2. Выделите все точки на диаграмме щелчком курсора.
3. В меню «Работа с диаграммами» на вкладке «Макет» выберите пункт «Линия тренда» - «дополнительные параметры линии тренда».
4. В открывшемся меню отметьте флажками следующие пункты: «линейная», «показывать уравнение на диаграмме», «поместить на диаграмме величину достоверности аппроксимации (R^2)».
5. Из уравнения, выведенного на диаграмму, определите показатель n .

Показатель X

1. Перенесите в два столбца Вашей таблицы Excel значения T и a из таблицы 2.
2. Постройте «точечную диаграмму» следующего типа:  .
3. Выделите все точки на диаграмме щелчком курсора.
4. В меню «Работа с диаграммами» на вкладке «Макет» выберите пункт «Линия тренда» - «дополнительные параметры линии тренда».
5. В открывшемся меню отметьте флажками следующие пункты: «степенная», «показывать уравнение на диаграмме», «поместить на диаграмме величину достоверности аппроксимации (R^2)».
6. Сравнивая общий вид зависимости $a(T) = T^X$ с выведенным на диаграмму уравнением, определите значение X для вольфрамовой нити.

Оценка погрешностей

1. Выпишите погрешности отсчётов всех непосредственно измеряемых с помощью мультиметров величин ΔI , $\Delta t_{\text{ком}}$, ΔU (задания 1,2).
2. На основании рабочей формулы получите выражения для расчётов погрешностей $\Delta R_{\text{ком}}$ и ΔR_0 . Рассчитайте эти погрешности.
3. Выпишите погрешности отсчётов всех непосредственно измеряемых с помощью мультиметров величин таблицы 2: ΔI , ΔU , ΔU_{therm}
4. На основании рабочих формул получите выражения для погрешностей вычисляемых величин $\Delta R(t)$, ΔT , $\Delta(\ln T)$, $\Delta(\ln U_{\text{therm}})$ и рассчитайте эти погрешности.
5. Оцените погрешность определяемого по графику показателя n , исходя из полученных в предыдущем пункте значений $\Delta(\ln T)$, $\Delta(\ln U_{\text{therm}})$. Учитывая, что погрешность процедуры аппроксимации функции при построении графика оценивается из величины «(R^2)», выведенной в поле диаграммы, и что этот фактор независим от источников погрешностей экспериментальных

измерений (абсолютные погрешности можно складывать), получите окончательную величину Δn .

6. Запишите окончательный результат для этой величины в виде $n \pm \Delta n$.
7. Погрешность определения показателя X оцените, исходя из значения « (R^2) », выведенного в поле соответствующей диаграммы. Рассчитайте её, запишите результат.

Проанализируйте полученные данные, сделайте выводы по работе.

Контрольные вопросы

1. Какова природа теплового излучения? Каков механизм возникновения теплового излучения?
2. Дайте определения:
 - a) энергетической светимости L ;
 - b) спектральной плотности энергетической светимости Γ_λ (лучеиспускательной способности);
 - c) спектральному коэффициенту поглощения a_λ (поглощательной способности).
3. Как энергетическая светимость связана с испускательной способностью?
4. Что такое абсолютно черное тело? Серое тело?
5. Дайте формулировку закона Кирхгофа. Для каких тел он справедлив?
6. Какой формулой описывается спектральное распределение «абсолютно черного тела» в зависимости от длины волны и температуры? Какая идея (гипотеза) позволила вывести эту формулу?
7. Нарисуйте кривую распределения энергии в спектре абсолютно черного тела в зависимости от длины волны для нескольких разных температур и укажите на графике, что собой представляет энергетическая светимость.
8. В чём состоит закон Стефана-Больцмана? Как его получить из формулы Планка? Почему он не выполняется для реальных тел?

9. Каковы особенности излучения вольфрама? Какую характеристику называют степенью черноты?
10. Объясните, почему в данной работе можно пренебречь излучением термостолбика.

Литература

1. Савельев И.В. Курс общей физики. М.: – КноРус. – 2009. – 1856 с.
2. Матвеев А.Н. Атомная физика. – М.: Высшая школа.- 1989.- С. 75 - 80.
3. Добрецов Л.Н. Атомная физика. – М.: Изд-во физ.-мат. лит. – 1960.С. 96 - 100.
4. Шпольский Э.В. Атомная физика. Ч.1. - – М.: Изд-во физ.-мат. лит. – 1963. – С. 293 - 310.
5. Ландсберг Г.С. Оптика. – М.: Наука. – 1976. – С. 682 – 701.

Учебное издание

Составитель:
Куартон Л.А.

Закон излучения Стефана-Больцмана

Учебно-методическое пособие
к лабораторной работе
по дисциплине «Физический практикум»

Подписано в печать
Формат 60×84/ 16. Усл. печ. л. 0,93. Уч.- изд. л. 0,78
Тираж экз. Заказ

Дальневосточный федеральный университет
690091, г. Владивосток, ул. Суханова, 8

Отпечатано на кафедре теоретической и экспериментальной физики
ШЕН ДВФУ
690091, г. Владивосток, ул. Суханова, 8